Inhaltsverzeichnis

Einleitung **4**

1 Knoten **7**
1.1 Alexandermoduln . . . 8
1.2 Fitting-Ideale . . . 9
1.3 Definition der Alexanderpolynome . . . 12
1.4 Verschlingungszahlen . . . 12
1.5 Bestimmen des Alexanderpolynoms mit Hilfe von Seifert-Flächen . . . 15
1.6 Beispiel: Das Alexanderpolynom eines Torusknotens . . . 18
1.6.1 Die Knotengruppe eines Torusknotens . . . 19
1.6.2 Berechnen des Alexanderpolynoms . . . 20

2 Iwasawatheorie **22**
2.1 Ergebnisse aus der Klassenkörpertheorie . . . 22
2.2 Pro-p-Gruppen . . . 24
2.3 $\mathbb{Z}_p$-Erweiterungen von Zahlkörpern . . . 25
2.4 Pro-endliche Ringe und die Iwasawa-Algebra . . . 28
2.5 Galoisgruppen als Moduln über der Iwasawa-Algebra . . . 31
2.6 Endlich erzeugte Λ-Moduln . . . 36
2.6.1 Torsionsmoduln . . . 39
2.6.2 Torsionsfreie Moduln . . . 40
2.7 Maximale abelsche unverzweigte p-Erweiterungen . . . 40
2.8 Noch mehr Klassenkörpertheorie . . . 41
2.9 Maximale abelsche p-verzweigte p-Erweiterungen . . . 43
2.10 Das charakteristische Polynom eines Iwasawa-Moduls . . . 47
2.11 Die Hauptvermutung . . . 48
2.11.1 p-adische Zetafunktionen . . . 49
2.11.2 Die Aussage der Hauptvermutung von Iwasawa . . . 50

3 Algebraische Fundamentalgruppe **53**
3.1 Motivation: Die topologische Fundamentalgruppe . . . 53
3.2 Stetige Abbildungen und lokale Homöomorphismen . . . 53
3.3 Unverzweigte und étale Morphismen . . . 54
3.4 Definition der Fundamentalgruppe . . . 57
3.5 Etale Überlagerungen von normalen Schemata . . . 58

4 Arithmetische Topologie **61**
4.1 Wörterbuch, Teil 1 . . . 62

5 Berechnungen und Verallgemeinerungen **65**
5.1 Fox-Kalkül . . . 65
5.1.1 Geometrisch: G-CW-Komplexe . . . 65
5.1.2 Algebraisch: Differentialrechnung in Gruppenringen . . . 66
5.1.3 Differentialrechnung in vollständigen Gruppenringen . . . 68
5.2 Vollständige Tensorprodukte . . . 71

5.3 Gruppenhomologie . . . 72
5.3.1 Abstrakte Gruppen . . . 72
5.3.2 Pro-p-Gruppen . . . 74
5.3.3 Relative Gruppenhomologie . . . 75
5.4 Jacobi-Matrizen über Gruppenringen . . . 76
5.4.1 Die Lyndon-Auflösung . . . 76
5.4.2 Anwendung auf das Alexanderpolynom . . . 79
5.5 Beispiele . . . 79
5.5.1 Torusknoten . . . 80
5.5.2 Palstek . . . 80
5.5.3 Erweiterungen mit vorgegebenen Verzweigungsstellen . . . 81
5.6 Alexanderpolynome von Verschlingungen . . . 82
5.7 Maximale S-verzweigte p-Erweiterungen . . . 84
5.8 Mehrfache $\mathbb{Z}_p$-Erweiterungen . . . 85
5.9 Homologie-3-Sphären . . . 87
5.10 Wörterbuch, Teil 2 . . . 89

Symbolverzeichnis **93**

Literatur **94**

Symbolverzeichnis **94**